concours GALAXY BAC²

concours GALAXY BAC

ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES

ANNALES

SESSION 2024

concours GALAXY

1 Questions $\star$

Exercice 1 *On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par*

$$g(x) = \frac{3e^x}{e^x+4} \text{ pour tout } x \in \mathbb{R}.$$

La courbe représentative de la fonction g admet pour asymptote en $+\infty$ la droite d'équation

- ☐ $x = -1$
- ☐ $y = 4$
- ■ $y = 3$
- ☐ $x = 3$

Exercice 2 *On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ et dérivable sur $]0, +\infty[$ par*

$$g(x) = \ln(2x^2 + 2x + 3) \text{ pour tout } x \in \mathbb{R}.$$

Pour tout nombre réel x strictement positif on a

- ☐ $g'(x) = \ln(4x + 2)$
- ☐ $g'(x) = \frac{1}{2x^2+2x+3}$
- ■ $g'(x) = \frac{4x+2}{2x^2+2x+3}$
- ☐ $g'(x) = \frac{1}{4x+2}$

Exercice 3 *L'équation différentielle $2y' - 3y + 5 = 0$ a pour solutions les fonctions y définies sur $\mathbb{R}$ par:*

- ☐ $y(x) = \mathrm{C}e^{-\frac{3}{2}x} + \frac{5}{2}$ *où* C *est un réel.*
- ☐ $y(x) = \mathrm{C}e^{\frac{3}{2}x} + \frac{5}{2}$ *où* C *est un réel.*
- ■ $y(x) = -\mathrm{C}e^{\frac{3}{2}x} + \frac{5}{3}$ *où* C *est un réel.*
- ☐ $y(x) = \mathrm{C}e^{-\frac{3}{2}x} + \frac{5}{3}$ *où* C *est un réel.*

Exercice 4

Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $\binom{9}{n} = \binom{8}{n}$. Quelle est la valeur de $\binom{17}{n}$?

- ☐ 8
- ☐ 9
- ☐ 2
- ■ 1

Exercice 5

Soient les vecteurs u, v et w de $\mathbb{R}^3$ définis par $u = (3; -2; 1)$, $v = (-1; 4; 2)$.
Quelle est la coordonnée y du vecteur $w = 2u - 3v$.

- ☐ -10
- ■ -16
- ☐ 8
- ☐ 14

Exercice 6

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \sqrt{3x^2 - 6x + 7}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. L'expression correcte de la dérivée $h'(x)$ est

- ☐ $(6x - 6)\sqrt{3x^2 - 6x + 7}$
- ☐ $\frac{2x-4}{\sqrt{3x^2-6x+7}}$
- ■ $\frac{3x-3}{\sqrt{3x^2-6x+7}}$
- ☐ $\frac{1}{\sqrt{3x^2-6x+7}}$

Exercice 7

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(u) = u^4 - 3u^2 + 5u - 2$ pour tout $u \in \mathbb{R}$. Alors $f'(2)$ est égale à

- ☐ 12
- ☐ 18
- ■ 25
- ☐ 32

Exercice 8

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(u) = 5u^2 + 3u - 2$ pour tout $u \in \mathbb{R}$. Alors $f'(u)$ est égale à

- ☐ $10u + 3u - 2$
- ☐ $10u - 3$
- ■ $10u + 3$
- ☐ $5u^2 + 3u$

Exercice 9

Soit a la solution de l'équation $\ln(2a - 1) = 3\ln(5)$, alors a est égale à

- ■ 63
- ☐ 62
- ☐ 64
- ☐ 65

Exercice 10

Si $\sin(u) = \frac{1}{5}$ avec $u \geq 0$, quel est le produit des valeurs possibles de $\cos(u)$?

- ☐ $\frac{12}{25}$
- ■ $-\frac{24}{25}$
- ☐ $\frac{48}{625}$
- ☐ $\frac{121}{625}$

Exercice 11

À partir d'une urne contenant 2 billes noires et 3 billes vertes, on tire deux billes sans les remettre.
Quelle est la probabilité d'obtenir une bille noire et ensuite une bille verte ?

- ☐ $\frac{3}{5}$
- ■ $\frac{3}{10}$
- ☐ $\frac{7}{10}$
- ☐ $\frac{6}{25}$

Exercice 12

Soit X une variable aléatoire de loi Binomiale $\mathcal{B}(n;p)$ avec $n = 4$ et $p = \frac{1}{4}$. Que vaut $(8^2\mathbb{P}(X = 1))^{\frac{1}{3}}$?

- ■ 3
- ☐ 2
- ☐ 4
- ☐ 1

Exercice 13

Soit la suite (u_n) telle que $u_n = \frac{4\times 7^n+3}{2^n+5}$. Que peut-on dire de la suite u ?

- ■ elle admet une limite égale à $+\infty$
- ☐ elle admet une limite égale à 0
- ☐ elle est bornée
- ☐ elle admet une limite égale à 1

Exercice 14

Soient a et b deux nombres réels distincts différents de 0.
L'équation $x^2 + (a+1)x + b - a = 0$ a l'une de ses solutions égale à $a - b$.
La valeur de $\frac{b}{a}$ est égale à

- ■ 2
- ☐ 3
- ☐ 4
- ☐ 5

Exercice 15

La négation de “ il existe $x > -1$ tel que $\ln(x+1) > \frac{x}{2}$ ” est

- ☐ il existe $x \leq -1$ tel que $\ln(x+1) \leq \frac{x}{2}$
- ■ pour tout $x > -1$, $\ln(x+1) \leq \frac{x}{2}$
- ☐ il existe $x > -1$ tel que $\ln(x+1) \leq \frac{x}{2}$
- ☐ pour tout $x > -1$, $\ln(x+1) > \frac{x}{2}$

Exercice 16 *Dans une classe il y a neuf filles et huit garçons. De combien de façons peut-on choisir un groupe composé de deux garçons et deux filles ?*

- ■ $\binom{9}{2}\binom{8}{2}$
- ☐ $\frac{17!}{2! \times 2!}$
- ☐ $9 \times 8 \times 8 \times 7$
- ☐ $\binom{17}{2+2}$

Exercice 17 *L'espace* $\mathbb{R}^3$ *est rapporté à un repère orthonormé* $(\mathrm{O}; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. *Soit* $\mathcal{D}$ *une droite dont une représentation paramétrique est* $\begin{cases} x = -4 + 2t \\ y = 6 - 2t \\ z = 8 - 4t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite $\mathcal{D}$ *?*

- ■ M_1 *de coordonnées* $(0; 2; 0)$
- ☐ M_2 *de coordonnées* $(0; 2; 1)$
- ☐ M_3 *de coordonnées* $(1; 3; 2)$
- ☐ M_4 *de coordonnées* $(-2; 8; 8)$

Exercice 18 *L'espace* $\mathbb{R}^3$ *est rapporté à un repère orthonormé* $(\mathrm{O}; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. *Soit* $\mathcal{D}$ *une droite dont une représentation paramétrique est* $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

Parmi les vecteurs suivants lequel est un vecteur directeur de $\mathcal{D}$ *?*

- ■ $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$
- ☐ $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
- ☐ $\vec{r}\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$
- ☐ $\vec{p}\begin{pmatrix} t \\ -2t \\ -t \end{pmatrix}$

Exercice 19

Soit P un plan dans l'espace $\mathbb{R}^3$ défini par l'équation cartésienne $2x-3y+z=4$. Quelle affirmation est correcte concernant ce plan ?

- ■ Le vecteur normal au plan a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$.
- □ Le plan passe par le point D de coordonnées $(1;-2;3)$.
- □ Le vecteur normal du plan a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.
- □ Le plan est parallèle à la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2-t \\ z = 1+2t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

Exercice 20 *Soient f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(u) = 2u - 1$ et $g(u) = u^2 - 5$ pour tout $u \in \mathbb{R}$. Que vaut $(f \circ g)(u)$ pour u un réel fixé ?*

- □ $u^2 + 3$
- □ $u^2 + 2u - 6$
- ■ $2u^2 - 11$
- □ $u^2 - 5$

Exercice 21 *Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie par $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3x + 7$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. On se fixe un réel x, quelle est la dérivée de f en x ?*

- □ $6x^2 - 10x + 3x$
- □ $6x^2 - 10x - 3$
- □ $6x^2 - 5x + 3$
- ■ $6x^2 - 10x + 3$

Exercice 22 *Considérons les fonctions f et g définies par $f(x) = 3x + 2$ et $g(x) = \ln(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.*
L'expression de $(f \circ g)(x)$ est égale à

- □ $\ln(3x + 2)$
- □ $3x^2 + 2$
- ■ $3\ln(x) + 2$
- □ $(3x + 2)\ln(x)$

Exercice 23 *Soient les fonctions f et g définies par $f(x) = \sin(2x)$ et $g(x) = \frac{1}{x^2+1}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.*
L'expression $(f \circ g)(x)$ est égale à

- □ $\sin\left(\frac{1}{x^2+1}\right)$
- □ $\sin\left(2x^2 + 1\right)$
- ■ $\sin\left(\frac{2}{x^2+1}\right)$
- □ $\dfrac{\sin(2x)}{x^2 + 1}$

Exercice 24

On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		$-\pi$		$\frac{\pi}{2}$		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1

L'équation $f(x) = 0$ a combien de solutions dans $\mathbb{R}$?

- ■ 3
- □ 2
- □ 1
- □ 0

Exercice 25 *Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction définie par $f(u) = \ln(2e^u + 3)$ pour tout $u \in \mathbb{R}$. On admet que f est dérivable deux fois sur $\mathbb{R}$.*

Soit u un réel. Alors $f''(u)$ est égale à

- ■ $\frac{6e^u}{(2e^u+3)^2}$
- □ $-\frac{6e^u}{(2e^u+3)^2}$
- □ $-\frac{6e^u}{(2e^u-3)^2}$
- □ $\frac{6e^u}{(2e^u-3)^2}$

Exercice 26 *Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction définie par $f(u) = \cos\left(u + \frac{\pi}{5}\right) \sin\left(u - \frac{\pi}{7}\right)$ pour tout $u \in \mathbb{R}$.*

Alors pour tout $u \in \mathbb{R}$ la dérivée $f'(u)$ est égale à

- □ $-\cos\left(u + \frac{\pi}{5}\right) \cos\left(u - \frac{\pi}{7}\right) - \sin\left(u + \frac{\pi}{5}\right) \sin\left(u - \frac{\pi}{7}\right)$
- ■ $\cos\left(u + \frac{\pi}{5}\right) \cos\left(u - \frac{\pi}{7}\right) - \sin\left(u + \frac{\pi}{5}\right) \sin\left(u - \frac{\pi}{7}\right)$
- □ $\cos\left(2u + \frac{\pi}{35}\right)$
- □ $\cos\left(2u - \frac{\pi}{35}\right)$

Exercice 27 *Considérons la fonction $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie par $g(u) = \sin^2(u) - \cos^2(u)$ pour tout $u \in \mathbb{R}$.*

Quelle affirmation est correcte concernant $g(u)$

- □ $g(u) = 0$
- □ $g(u) = 1$
- □ $g(u) = -1$
- ■ $g(u) = -\cos(2u)$

Exercice 28

Pour deux événements A et B on a $P(A|B) = \frac{1}{3}$ et $P(B|A) = \frac{1}{2}$ et $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$. Que vaut $P(A \cap B)$?

- □ $\frac{1}{5}$
- □ $\frac{2}{13}$
- ■ $\frac{3}{20}$
- □ $\frac{2}{15}$

Exercice 29

Soient A et B deux événements tels que $P(A) = \frac{1}{5}$, $P(B) = \frac{3}{4}$ et $P(A \cup B) = \frac{17}{20}$. Que vaut la probabilité conditionnelle $P(A|B)$?

- ■ $\frac{2}{15}$
- □ $\frac{1}{10}$
- □ $\frac{3}{16}$
- □ $\frac{7}{20}$

Exercice 30

Soit X est une variable aléatoire prenant les valeurs $2, 3, 5$ et 7. La loi de probabilité de X est donnée par le tableau ci-dessous

x	2	3	5	7
$P(X = x)$	$0,2$	$0,3$	$\ldots$	$0,1$

Que vaut $P(X = 5)$?

- ■ $0,4$
- □ $0,3$
- □ $0,5$
- □ $0,1$

Exercice 31

Soit X une variable aléatoire qui suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$ où $n = 5$ et $p = 0,4$. La probabilité $P(X = 2)$ est égale à

- ■ $10 \times 0,4^2 \times 0,6^3$
- □ $2 \times 0,4^2 \times 0,6^3$
- □ $10 \times 0,4^2 \times 0,6^2$
- □ $5 \times 0,4^2 \times 0,6^3$

Exercice 32

On lance deux dés ordinaires non pipés. Soit X la variable aléatoire réelle qui désigne la somme des nombres lus sur les faces supérieures de ces deux dés. La probabilité $P(X = 6 \text{ ou } X = 7)$ est égale à

- ■ $\frac{11}{36}$
- □ $\frac{5}{36}$
- □ $\frac{5}{18}$
- □ $\frac{1}{6}$

Exercice 33 *Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 2 - u_n$ pour tout n entier naturel. Combien vaut u_{2024} ?*

- ■ 1
- □ 0
- □ 2
- □ -1

Exercice 34 *Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme u_1. Supposons que $u_3 = 18$ et $u_{11} = 72$. Que vaut u_7 ?*

- □ 24
- □ 30
- ■ 36
- □ 48

Exercice 35 *Soit* (u_n) *une suite arithmétique de premier terme* u_1. *Supposons que* $u_{40} - u_{12} = 14$ *et* $u_7 = 8$. *Que vaut* u_n *pour* $n \in \mathbb{N}^*$ *quelconque ?*

- ☐ $8 + 2(n-1)$
- ☐ $\frac{5-n}{2}$
- ■ $\frac{9+n}{2}$
- ☐ $81 + n$

Exercice 36 *Soit la suite* (u_n) *définie par* $u_n = \frac{1-5n^2}{n+3}$ *pour tout* $n \in \mathbb{N}$. *Que vaut* $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$ *?*

- ■ $-\infty$
- ☐ $+\infty$
- ☐ -5
- ☐ *la limite n'existe pas*

Exercice 37 *Soit la suite* (u_n) *définie par* $u_n = \sqrt{2n + 3^4} - \sqrt{2n + 4^3}$ *pour tout* $n \in \mathbb{N}$. *Que vaut* $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$ *?*

- ■ 0
- ☐ 17
- ☐ $-\infty$
- ☐ $+\infty$

Exercice 38 *Soit la suite* (u_n) *définie par* $u_n = 2(-1)^n + 1$ *pour tout* $n \in \mathbb{N}$. *Que peut-on dire de la suite* (u_n) *?*

- ■ *elle est bornée*
- ☐ *elle est monotone*
- ☐ *sa limite est* 1
- ☐ *sa limite est* 0

Exercice 39 *Soit l'algorithme suivant :*

Algorithm 1 Génération de l'expression $f(x)$

```
Entrer x depuis l'utilisateur
y ← x · x
z ← y · x
r ← 2 · z + 3 · y − 4 · x − 1
Afficher r
```

Si $x = 2$, *alors la valeur de* r *est*

- ■ 19
- ☐ 11
- ☐ 18
- ☐ 37

Exercice 40

Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme u_1. Supposons que $u_1 = 9$ et $u_{16} = 99$. Que vaut u_{11} ?

- ☐ 63
- ☐ 57
- ■ 69
- ☐ 75

Exercice 41

Soit (u_n) une suite définie par $u_n = \dfrac{8n+b}{5+cn}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ avec b et c deux constantes réelles.
On suppose que (u_n) est une suite constante et que $u_{2020} + u_{2021} + u_{2023} + u_{2024} = 16$.
Quelle est la valeur de $b + c$?

- ☐ 18
- ☐ 10
- ■ 22
- ☐ 8

Exercice 42

La valeur de $\tan(30°) \times \tan(60°)$ est égale à ?

- ☐ $-\sqrt{3}$
- ☐ $\sqrt{3}$
- ■ 1
- ☐ -1

Exercice 43

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction définie par $f(x) = 5x^2 + 3x - 2$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
$f'(x)$ est égale à

- ☐ $10x - 2$
- ☐ $10x - 3$
- ■ $10x + 3$
- ☐ $5x^2 + 3x$

Exercice 44

Que vaut $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^5 - 1}{x^7 - 1}$?

- ■ $\frac{5}{7}$
- ☐ $\frac{1}{5}$
- ☐ $\frac{9}{5}$
- ☐ $\frac{11}{5}$

Exercice 45

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{2x^2-x-1}{x-1}$ pour tout x réel différent de 1 et $f(1) = 3$. Quelle affirmation est correcte concernant la continuité de f ?

- ■ f est continue sur $\mathbb{R}$.
- ☐ f n'est pas continue au point -1.
- ☐ f n'est pas continue au point 1.
- ☐ f n'est pas continue au point 0.

Exercice 46

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{\sqrt{6-x}+\sqrt{x-3}}{x-5}$ pour tout x appartenant au domaine de définition de f. Quel est le plus grand sous-ensemble de $\mathbb{R}$ sur lequel f est continue ?

- ■ $[3; 5[\cup]5; 6]$
- ☐ $]3; 6[$
- ☐ $[3; 6]$
- ☐ $]3; 5[\cup]5; 6[$

Exercice 47

Soit f la fonction définie par $f(x) = 3x^2 - 5$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. Une primivite F de f est donnée par

- ☐ $F : x \mapsto 6x - 5 + 2$
- ☐ $F : x \mapsto x^2 - x + 3$
- ☐ $F : x \mapsto 3x^2 - 5 + 2$
- ■ $F : x \mapsto x^3 - 5x + 1$

Exercice 48

Soit f une fonction définie par $f(x) = \frac{1}{3}x^3 \ln(x^2) - \frac{2}{9}x^3$ pour tout x strictement positif.
Soit $x > 0$, l'expression de $f'(x)$ est égale à

- ☐ $x^3 \ln(x^2)$
- ☐ $x^2 \ln(x)$
- ☐ $x^3 \ln(x^3)$
- ■ $x^2 \ln(x^2)$

Exercice 49

Soit m un réel. L'équation du second degré $3x^2 + (m-1)x + 2 = 0$ admet deux solutions qui sont égales.
Quel est le produit des deux valeurs possibles de m ?

- ☐ 12
- ☐ 8
- ☐ -15
- ■ -23

Exercice 50

L'expression simplifiée de $\sqrt{x^2+2x+1}+\sqrt{x^2-4x+4}$ est donnée ci-dessous, sachant que x est un réel appartenant à l'intervalle $]-1;2[$

☐ 4

☐ 1

☐ 2

■ 3

Exercice 51

Soient A et B deux événements indépendants. On sait que $p(A)=\frac{1}{8}$ et $\frac{p(A\cup B)}{p(A\cap B)}=10$. Que vaut $p(B|A)$?

☐ $\frac{1}{2}$

☐ $\frac{1}{5}$

☐ $\frac{1}{4}$

■ $\frac{1}{3}$

Exercice 52

Parmi les quatre fonctions suivantes notées par F, quelle est celle qui est une primitive de la fonction f définie par $f(x)=2x^2-3x+2+\frac{1}{x^2}$ pour tout $x\in]0;+\infty[$?

☐ F : $x\mapsto\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-x+\ln(x)$

☐ F : $x\mapsto\frac{2x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+2x-\ln(x)$

■ F : $x\mapsto\frac{2x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+2x-\frac{1}{x}$

☐ F : $x\mapsto\frac{2x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+2x+\frac{1}{x}$

Exercice 53

L'équation $x^2-4x+3=0$

☐ n'a pas de solution réelle

■ a pour solutions les réels a et b tels que $10\max(a,b)+\min(a,b)$ est un nombre premier.

☐ a pour solutions des réels a et b qui ne sont pas des nombres premiers.

☐ a pour solutions des réels a et b qui sont des nombres premiers.

Exercice 54 *Soit $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ une fonction définie par $f(x)=\ln\left(\frac{3}{2}e^{-x}+1\right)$ pour tout $x\in\mathbb{R}$. On admet que f est dérivable deux fois sur $\mathbb{R}$.*

Soit x un réel. Alors $f''(x)$ est égale à

■ $\frac{6e^{-x}}{(3e^{-x}+2)^2}$

☐ $\frac{\frac{3}{2}e^{-x}}{\left(\frac{3}{2}e^{-x}+1\right)^2}$

☐ $\frac{6e^{x}}{(3e^{x}+2)^2}$

☐ $\frac{\frac{3}{2}e^{-x}}{(3e^{-x}+2)^2}$

Exercice 55

Pour tout $x \in \mathbb{R}$ l'expression $(\cos'(x))^2 + (\sin'(x))^2$ est égale à

☐ -1

■ 1

☐ 0

☐ 2

Exercice 56

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et par $u_{n+1} = 3u_n + 1$. Un algorithme permettant de calculer la somme $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_{2024}$ est :

Algorithm 2 Calcul de la somme S

$u \leftarrow a$
$S \leftarrow b$
for k de 1 à c **do**
  $u \leftarrow 3 \cdot u + 1$
  $S \leftarrow S + u$
end for

pour que l'algorithme soit correct il faut que le triplet (a, b, c) soit égal à

■ $(1, 1, 2024)$

☐ $(1, 0, 2023)$

☐ $(1, 0, 2024)$

☐ $(1, 1, 2023)$

Exercice 57

Dans un vase il y a 8 roses rouges et x roses blanches. On sait que la probabilité de choisir une rose blanche dans ce vase est de $\frac{3}{5}$. Quelle est la valeur de x ?

■ 12

☐ 11

☐ 10

☐ 9

Exercice 58 *L'espace $\mathbb{R}^3$ est rapporté à un repère orthonormé $(\mathrm{O}; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. Soit $\mathcal{D}$ une droite dont une représentation paramétrique est* $\begin{cases} x = 8 + 3t \\ y = -4 + 5t \\ z = 6 - 2t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite $\mathcal{D}$?

■ M_1 *de coordonnées* $(2; -14; 10)$

☐ M_2 *de coordonnées* $(2; -14; 4)$

☐ M_3 *de coordonnées* $(14; 1; 4)$

☐ M_4 *de coordonnées* $(11; 1; 2)$

Exercice 59 *Considérons les fonctions f et g définies par $f(x) = 5x + 7$ et $g(x) = \ln(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.*

L'expression de $f(g(x))$ est égale à

☐ $\ln(5x + 7)$

☐ $5 \times \frac{1}{x} + 7$

■ $5\ln(x) + 7$

☐ $(5x + 7)\ln(x)$

Exercice 60

Soit f une fonction définie par $f(x) = \frac{e^{2x+3}}{e^{-x+1}}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
$f''(x)$ est égale à

- ■ $9e^{3x+2}$
- □ $9e^{x+4}$
- □ $9e^{2x+3}$
- □ $9e^{3x+1}$

Exercice 61

Soit $n \in \mathbb{N}^*$ tel que $n \geq 3$. On sait que $\binom{n-1}{2} + \binom{n+1}{2} = 7$.
Quelle est la valeur de n ?

- ■ 3
- □ 2
- □ 5
- □ 6

Exercice 62

La valeur de $\frac{1}{4-2\sqrt{3}} + \frac{1}{4+2\sqrt{3}}$ est égale à

- ■ 2
- □ 1
- □ 3
- □ 4

Exercice 63

Soit X est une variable aléatoire prenant les valeurs $2, 3, 7$ et 11. La loi de probabilité de X est donnée par le tableau ci-dessous

x	2	3	7	11
$P(X = x)$	$0,15$	$0,45$	$0,25$	$\ldots$

Quelle est la valeur de $P(X = 11)$?

- ■ $0,15$
- □ $0,25$
- □ $0,35$
- □ $0,45$

2 Questions $\star\star$

Exercice 1 *La limite lorsque u tend vers $+\infty$ de la fonction $f : [\sqrt{3}, +\infty[\to \mathbb{R}$ définie par $f(u) = \sqrt{u^2+1} - \sqrt{u^2-3}$ pour tout $u \in [\sqrt{3}, +\infty[$, est égale à*

- ■ 0
- ☐ $-\infty$
- ☐ $+\infty$
- ☐ 1

Exercice 2 *Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ telle que $f'(x) = 2x^2 - 1$ et $f(2) = 4$.*
Alors $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{f(x)-4}{x-2}$ est égale à

- ■ 7
- ☐ 3
- ☐ 5
- ☐ 4

Exercice 3

Pour tout entier $n \geq 2$, on sait que $\frac{(2n)!}{4n(2n-3)!} = an^2 + bn + c$ où a, b et c sont des entiers naturels constants.
Que vaut $a + b + c$?

- ☐ -1
- ■ 0
- ☐ 1
- ☐ 2

Exercice 4

Dans un sac, il y a n billes bleues et $2n$ billes rouges. Si la probabilité que les trois billes tirées successivement sans remplacement soient, respectivement, bleue, rouge, rouge est $\frac{1}{5}$, alors quelle est la valeur de n ?

- ☐ 1
- ■ 2
- ☐ 3
- ☐ 4

Exercice 5

Un parc d'une mairie a la forme d'un carré de 9 mètres de côté. Il est traversé par deux allées perpendiculaires de même largeur a.
Déterminer a, sachant que pour recouvrir ces allées, la mairie a utilisé une quantité de graviers permettant de recouvrir 32 mètres carrés de terrain. Quelle est la valeur de a :

- ☐ 1
- ■ 2
- ☐ 3
- ☐ 6

Exercice 6

Soit $a \in \mathbb{Z}$. On définit la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ par $f(u) = \frac{2u+3}{3u^2+a\,u+8}$ pour tout $u \in \mathbb{R}$. On suppose que f est continue sur $\mathbb{R}$, dans ce cas combien de valeurs peut prendre a ?

- ■ 19
- □ 18
- □ 1
- □ 0

Exercice 7

Dans un aquarium il y a 3 poissons de la même famille. Quelle est la probabilité que 2 poissons soient mâles sachant qu'il y a au moins une femelle dans l'aquarium et qu'un poisson a autant de chances d'être un mâle ou une femelle ?

- □ $\frac{1}{7}$
- □ $\frac{2}{7}$
- ■ $\frac{3}{7}$
- □ $\frac{4}{7}$

Exercice 8

Dans une école d'ingénieurs, on s'intéresse à 100 élèves. Parmi ces 100 il y a 60 qui ont déjà voyagé en avion, 40 par bateau et 25 ont utilisé les deux moyens de transports. Quelle est la probabilité que 2 élèves choisis au hasard aient voyagé par bateau sachant qu'ils n'ont jamais pris l'avion.

- ■ $\frac{7}{52}$
- □ $\frac{7}{48}$
- □ $\frac{8}{51}$
- □ $\frac{8}{49}$

Exercice 9

Lorsque deux entiers sont choisis de manière à satisfaire l'inéquation $x^2 - 2x - 15 < 0$. Quelle est la probabilité qu'ils soient des entiers naturels ?

- □ $\frac{1}{21}$
- □ $\frac{3}{7}$
- □ $\frac{5}{14}$
- ■ $\frac{10}{21}$

Exercice 10

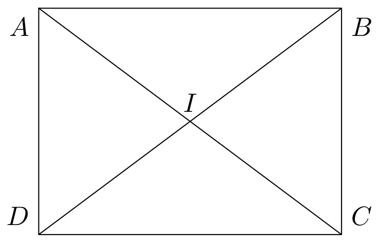
Soient A et B deux sous-ensembles de $\mathbb{R}$ définis par $A = \{$ nombres entiers compris entre $\frac{1}{\sqrt{2}}$ et 2π $\}$ et $B = \left\{x \in \mathbb{Q} \text{ tel qu'il existe } (n,p) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N} \text{ avec } x = \frac{p}{n} \text{ et } 1 \leq p \leq 3n \leq 11\right\}$. Soit $C = \{x \in \mathbb{R} \text{ t.q. } x \in B \text{ et } x \notin A\}$. Combien l'ensemble C a-t-il d'éléments ?

- ■ 9
- □ 5
- □ 7
- □ 8

Exercice 11 *On considère quatre drapeaux rouges identiques et trois drapeaux bleus identiques. Combien de façons distinctes peut-on les arranger dans une rangée ?*

- ■ $\frac{7!}{4! \times 3!}$
- □ 4×3
- □ $7! \times 3! \times 4!$
- □ $4! \times 3!$

Exercice 12 *Dans le plan* $\mathbb{R}^2$ *qui est rapporté à un repère orthonormé* $(\mathrm{O};\vec{i};\vec{j})$*. On considère un rectangle* $ABCD$ *tel que* $AB = 5$ *et* $AD = 3$*. Soit* I *le point d'intersection des deux segments* $[AC]$ *et* $[BD]$*.*



Que vaut le produit scalaire $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DI}$ *?*

- ■ 8
- ☐ 7
- ☐ 4
- ☐ 2

Exercice 13 *Soit* a *un entier naturel non nul. Soient* $\overrightarrow{u}$ *et* $\overrightarrow{v}$ *deux vecteurs orthogonaux du plan cartésien tels que* $\|\overrightarrow{u}\| = 3$ *et* $\|\overrightarrow{v}\| = \frac{a}{4}$*. Soit* b *le réel défini par* $b = (5\overrightarrow{u} + 7\overrightarrow{v}) \cdot (\overrightarrow{u} - 3\overrightarrow{v})$*. Quelle est la plus grande valeur de* a *pour que* b *soit positif.*

- ■ 5
- ☐ 4
- ☐ 3
- ☐ 2

Exercice 14 *L'ensemble des solutions réelles de l'inéquation* $x^2 + x > 12$ *est*

- ☐ $]-\infty; -4[$
- ■ $]-\infty; -4[\cup]3; +\infty[$
- ☐ $]-4; 3[$
- ☐ $]3; +\infty[$

Exercice 15 *Soit* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *une fonction dérivable sur* $\mathbb{R}$*. Alors l'ordonnée à l'origine de l'équation de la tangente à la courbe de* f *au point d'abscisse* 1 *est égale à*

- ☐ $f'(1)$
- ☐ $f'(1) + f(1)$
- ■ $f(1) - f'(1)$
- ☐ $f'(1) - f(1)$

Exercice 16 *Que vaut* $\lim\limits_{u \to 9} \left(\frac{u^2 - 81}{u - 9} + \frac{u - 9}{\sqrt{u} - 3} - 2u \right)$ *?*

- ☐ 2
- ☐ 4
- ■ 6
- ☐ 8

Exercice 17

Soit $a \in \mathbb{R}$ un réel. Soit f une fonction définie pour tout $u \in \mathbb{R}$ par $f(u) = \begin{cases} u^2 + a & \text{si } u \leq -1 \\ 3u - a & \text{si } u > -1 \end{cases}$.

On suppose que f est continue sur $\mathbb{R}$. Alors la valeur de $\lim_{u \to 5} f(u)$ est égale à

- ☐ 3
- ☐ 8
- ☐ 12
- ■ 17

Exercice 18

Soient a, b deux réels et f une fonction définie par $f(u) = \sqrt{2u^3 + 3u^2 + 5} - 3bu\sqrt{2u + a + 1}$ pour tout u réel tel que $f(u)$ soit bien définie.

La fonction f admet une limite finie en $+\infty$ si et seulement si a et b sont tels que

- ■ $a = 2$ et $b = \frac{1}{3}$
- ☐ $a = 3$ et $b = \frac{1}{3}$
- ☐ $a = 1$ et $b = \frac{1}{5}$
- ☐ $a = 4$ et $b = \frac{1}{a}$.

Exercice 19 *Soient a un entier et f une fonction définie par $f(u) = \ln(u^2 - (a-2)u + 6)$ pour tout u réel tel que $f(u)$ soit bien définie.*

Quel est le nombre de valeurs possibles de a ?

- ■ 9
- ☐ 18
- ☐ 6
- ☐ 0

Exercice 20

On jette 4 fois une pièce de monnaie équilibrée. Quelle est la probabilité d'avoir au moins deux fois piles ?

- ■ $\frac{11}{16}$
- ☐ $\frac{4}{16}$
- ☐ $\frac{6}{16}$
- ☐ $\frac{10}{16}$

Exercice 21

À partir d'un groupe composé de 5 hommes et 4 femmes, on choisit au hasard 3 personnes. Quelle est la probabilité qu'au moins deux d'entre elles soient des hommes?

- ☐ $\frac{16}{21}$
- ■ $\frac{25}{42}$
- ☐ $\frac{21}{22}$
- ☐ $\frac{17}{36}$

Exercice 22 *Soit (u_n) une suite géométrique définie par $u_n = 3 \times 5^{3n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. La raison de la suite est notée par q et on suppose que q est le premier terme d'une suite arithmétique (v_n) qui est définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.*
Sachant que $u_2 = v_{126}$ que vaut v_2 ?

- ■ 499
- ☐ 503
- ☐ 525
- ☐ 625

Exercice 23 *Soit* (u_n) *une suite géométrique de premier terme* u_1. *On suppose que* $u_8 + u_9 = 1944$ *et* $u_5 + u_6 = 72$.
Que vaut u_3 *?*

☐ $\frac{1}{3}$

■ 2

☐ 3

☐ 9

Exercice 24 *Soit* (u_n) *une suite arithmétique de premier terme* u_1. *Supposons que* $u_3 + u_9 = 46$ *et* $u_8 - u_4 = 6$. *Que vaut* u_8 *?*

■ 26

☐ 29

☐ 32

☐ 36

Exercice 25 *Considérons l'algorithme suivant :*

Algorithm 3 SuiteNum(N)

```
A ← 2024
for k de 1 à N do
    A ← 3 · k − 2(−1)^k
end for
Renvoyer A
```

Quelle valeur sera renvoyée par l'exécution de SuiteNum(5) *?*

☐ 13

☐ 17

☐ 11

☐ 19

Exercice 26 *Quelle assertion est vraie ?*

☐ *il existe* $x \in \mathbb{R}$ *tel que pour tout* $y \in \mathbb{R}, 2x + y > \pi$

■ *pour tout* $x \in \mathbb{R}$ *il existe* $y \in \mathbb{R}$ *tel que* $x + 3y > \pi$

☐ *pour tout* $x \in \mathbb{R}$ *il existe* $y \in \mathbb{R}$ *tel que* $xy > 0$

☐ *il existe* $x \in \mathbb{R}$ *tel que pour tout* $y \in \mathbb{R}, x > y^2$.

3 Questions ⋆⋆⋆

Exercice 1 *Soit* $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ *une suite géométrique de termes positifs. Supposons que* $u_3 \cdot u_5 \cdot u_{15} \cdot u_{13} = 144$. *Que vaut* $u_7 \cdot u_{11}$ *?*

■ 12

□ 24

□ 36

□ 48

Exercice 2

$\sin(15°)$ est lequel parmi les suivants ?

□ $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

□ $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

□ $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$

■ $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

Exercice 3

Soit x un réel fixé. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ une suite arithmétique. Supposons que $u_5 + u_{12} = x$. Que vaut $u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_{16}$?

■ $8x$

□ $3x$

□ $6x$

□ $7x$

Exercice 4

Considérons l'algorithme suivant écrit en pseudocode :

Algorithm 4 Calcul de la suite

```
a ← 2
b ← 3
k ← 0
while k < n do
    result ← a + b
    a ← b
    b ← result
    k ← k + 1
end while
Renvoyer result
```

Quelle valeur sera renvoyée par l'algorithme avec $n = 5$?

■ 34

□ 21

□ 13

□ 20

Exercice 5 *Dans l'espace* $\mathbb{R}^3$, *lequel des points suivants appartient à la droite* (d_3) *qui est telle que* (d_3) *passe par le point* $A(1;2;1)$ *et* (d_3) *est orthogonale aux droites* (d_1) *qui a pour équation cartésienne* $3x-1=y, z=1$ *et* (d_2) *qui a pour équation cartésienne* $3x-1=2y=3z$ *?*

■ $M_1(7;0;-2)$

□ $M_2(-2;5;3)$

□ $M_3(7;4;4)$

□ $M_4(2;3;-1)$

Exercice 6 *Soit* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *une fonction définie par* $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 3}$ *pour tout* $x \in \mathbb{R}$.

☐ *La courbe représentative de* f *admet une asymptote d'équation* $y = x + 3$ *sur* $+\infty$

☐ *La courbe représentative de* f *admet une asymptote d'équation* $y = x + 1$ *sur* $+\infty$

■ *La courbe représentative de* f *admet une asymptote d'équation* $y = x + \frac{1}{2}$ *sur* $+\infty$

☐ *La courbe représentative de* f *n'admet pas d'asymptote*

Exercice 7 *Soit* $a = -\frac{\pi}{3}$ *et* $b = -a$. *Que vaut la valeur de l'intégrale* $\int_a^b 24u\cos(u)\sin(u)\,du$ *?*

■ $2\pi + 3\sqrt{3}$

☐ $2\pi - 3\sqrt{3}$

☐ $\pi + 3\sqrt{3}$

☐ $\pi - 3\sqrt{3}$

Exercice 8 *Soit* (u_n) *une suite définie par* $u_n = \frac{2024^n}{n!}$ *pour tout* $n \in \mathbb{N}$.

■ *elle admet une limite égale à* 0

☐ *elle admet une limite égale à* $\frac{1}{2024}$

☐ *elle est décroissante*

☐ *elle est croissante*

Exercice 9 *Soit* m *un entier naturel non nul. Quel est le nombre de valeurs possibles de* m *pour que l'équation*

$$(m-2)x^2 + 12x + 4 = 0$$

admette deux solutions distinctes réelles ?

■ 9

☐ 8

☐ 10

☐ 7

Exercice 10 *Considérons l'algorithme suivant écrit en pseudocode :*

Algorithm 5 Calcul de la suite alternative

```
a ← 0
b ← 1
k ← 0
while k < n do
    result ← a − b + (−1)^k
    a ← b
    b ← result
    k ← k + 1
end while
Renvoyer result
```

Quelle valeur sera renvoyée par l'algorithme si on prend $n = 4$ *?*

■ -2

☐ 1

☐ 0

☐ 4

